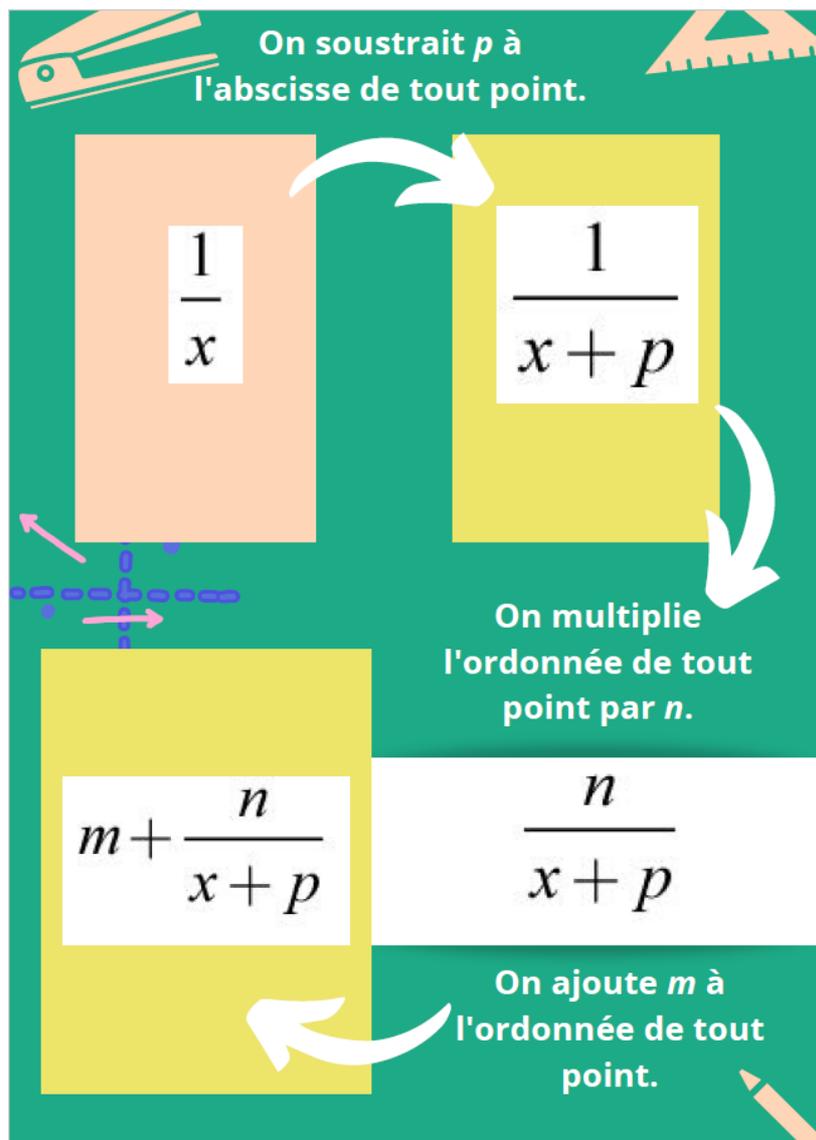


## FONCTIONS HOMOGRAPHIQUES

Définition : Une **fonction homographique** est une fonction de la forme  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  où  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  sont des réels,  $c \neq 0$  et où le numérateur n'est pas un multiple du dénominateur.

Propriété : En divisant chaque terme par  $c$  et en effectuant une division euclidienne (voir exemple), l'expression de la fonction peut être mise sous la forme  $f(x) = m + \frac{n}{x+p}$ .

Cette propriété est utilisée pour représenter n'importe quelle fonction homographique au départ de la fonction inverse  $f(x) = \frac{1}{x}$  en effectuant trois manipulations graphiques :



Le graphique d'une fonction homographique est celui d'une hyperbole admettant une **asymptote verticale** d'équation  $x = -p$  et une **asymptote horizontale** d'équation  $y = m$ .

Exemple : Représentons la fonction  $f(x) = \frac{6x+1}{2x-1}$ .

1<sup>ÈRE</sup> ÉTAPE : On divise chaque terme par  $c = 2$  :

$$f(x) = \frac{3x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}}$$

2<sup>E</sup> ÉTAPE : On effectue une division euclidienne :

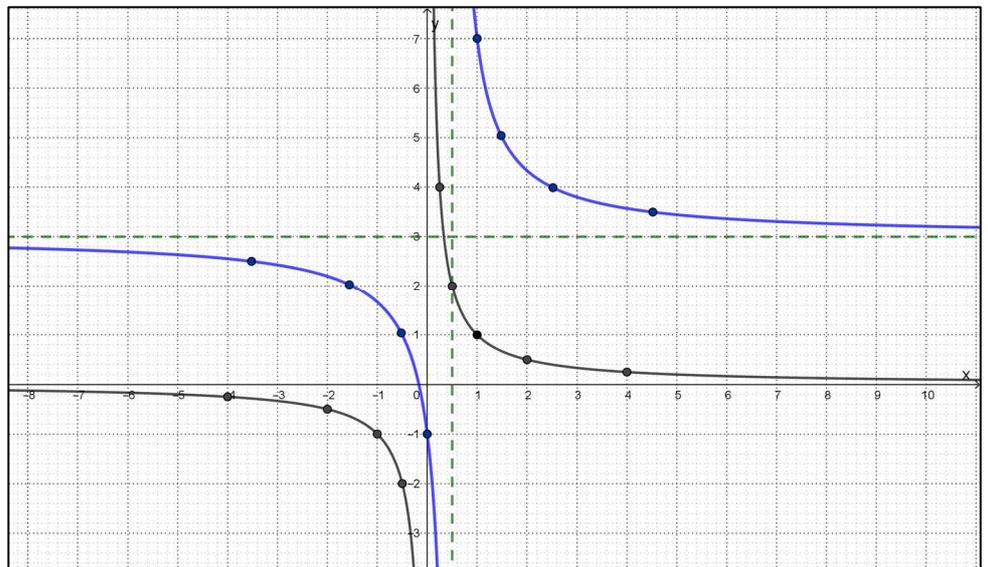
$$\begin{array}{r|l} 3x + \frac{1}{2} & x - \frac{1}{2} \\ \hline -\left(3x - \frac{3}{2}\right) & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Ainsi,  $f(x) = 3 + \frac{2}{x - \frac{1}{2}}$ .

3<sup>E</sup> ÉTAPE : On trace la fonction en partant de la fonction inverse :

- 1) On ajoute  $\frac{1}{2}$  à l'abscisse de tout point.
- 2) On multiplie l'ordonnée de tout point par 2.
- 3) On ajoute 3 à l'ordonnée de tout point.

Le graphique de  $f$  est celui d'une hyperbole. Elle a deux asymptotes :  
 $AH \equiv y = 3$  et  
 $AV \equiv x = \frac{1}{2}$ .





Ce n'est pas clair ? Des explications en vidéo ici : <https://youtu.be/rlo31fswFwE>

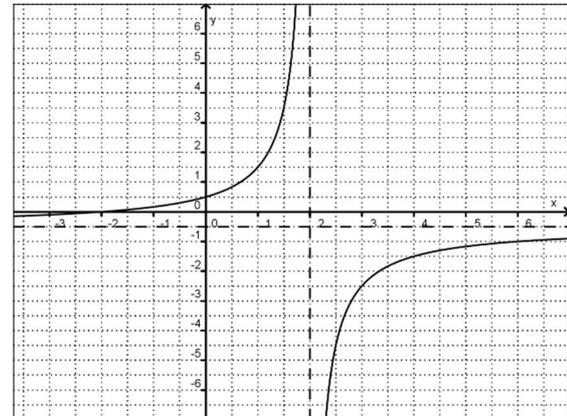
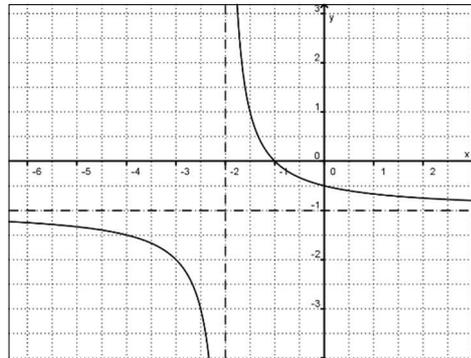
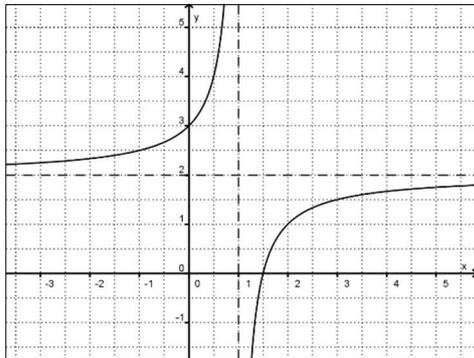
### Exercices :

1. On donne les fonctions  $f_1(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ ,  $f_2(x) = \frac{2-6x}{2x-4}$  et  $f_3(x) = \frac{1-4x}{2x+3}$ .

(1) Ecris  $f$  sous la forme d'une somme ; donne ensuite les équations des asymptotes.

(2) Précise les transformations qui permettent de tracer le graphique de chaque fonction à partir du graphique de  $\frac{1}{x}$ . Trace un des graphiques en utilisant cette méthode.

2. Ecris l'expression de chaque fonction homographique à partir de son graphique.



Comment déterminer l'expression analytique d'une fonction à partir de son graphique ? [https://youtu.be/Nl3X\\_kCW960](https://youtu.be/Nl3X_kCW960)

3. LearningApps : <https://learningapps.org/view13484023>



4. Google Form : <https://forms.gle/UtB7oKxn4eL88vgRA>